6.

(a)

$S=\{(1,g),(1,f),(1,s),(0,g),(0,f),(0,s)\}$

(b)

$A=\{(1,s)(0,s)\}$

(c)

$B=\{(0,g),(0,f),(0,s)\}$

(d)

$B^c \cup A=\{(1,g),(1,f),(1,s),(0,s)\}$

12.

定義

A_1: 抽中西班牙語課學生之事件。

A_2: 抽中法語課學生之事件。

A_3: 抽中德語課學生之事件。

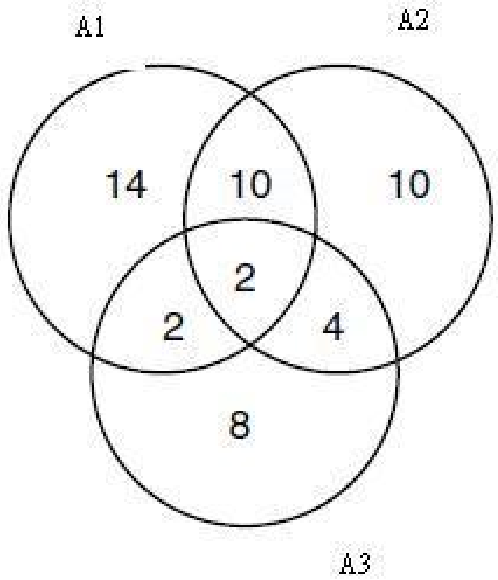
(a)

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3)=\frac{28+26+16-12-4-6+2}{100}=0.5$$

$$P((A_1 \cup A_2 \cup A_3)^c)=1-0.5=0.5$$

(b)

由下圖可得到所求機率為 $\dfrac{14+8+10}{100}=0.32$



(c)

$$1-P(\text{抽中兩人皆未上任何一種語言課})=1-\frac{C_2^{50}}{C_2^{100}}=0.7525$$

25.

定義

A：出現兩顆骰子的點數和爲5之事件。

B：出現兩顆骰子的點數和爲7之事件。

C：出現兩顆骰子的點數和不爲5或7之事件。

$$\Rightarrow \ P(A)=\frac{1}{9} \qquad P(B)=\frac{1}{6} \qquad P(C)=1-\frac{1}{9}-\frac{1}{6}=\frac{13}{18}$$

(a)

$$P(E_n)=P(\overbrace{C\cap C\cap\cdots\cap C}^{n-1}\cap A)=(\frac{13}{18})^{n-1}\cdot\frac{1}{9}$$

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty}P(E_n)=\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{13}{18})^{n-1}\cdot\frac{1}{9}=\frac{2}{5}$$

28.

Sampling without replacement

(a)

$$P(\text{3個球顏色都相同})=\frac{C_3^5+C_3^6+C_3^8}{C_3^{19}}\approx 0.0888$$

(b)

$$P(\text{3個球顏色都不相同})=\frac{C_1^5C_1^6C_1^8}{C_3^{19}}\approx 0.2477$$

Sampling with replacement

(a)

$$P(\text{3個球顏色都相同})=\frac{5^3+6^3+8^3}{19^3}\approx 0.1244$$

(b)

$$P(\text{3個球顏色都不相同})=\frac{3!\cdot 5\cdot 6\cdot 8}{19^3}\approx 0.2099$$

32.

$$P(\text{第}\,i\,\text{個位置爲女生})=\frac{\mathrm{C}_1^g\cdot C_{i-1}^{b+g-1}\cdot(i-1)!\cdot(b+g-i)!}{(b+g)!}=\frac{g}{b+g}$$

C_1^g ：g 位女生中選出1位坐於第 i 個位置

C_{i-1}^{b+g-1} ：$b+g-1$個人選 $i-1$ 位人坐於前 $i-1$ 個位置

$(i-1)!$ ：前 $i-1$ 個人排列數

$(b+g-i)!$ ：剩餘 $b+g-i$ 個人排於第 i 個位置之後的排列數

42.

定義

A_i：第 i 次擲骰中，兩顆骰子都出現6的事件。 $i=1,\cdots,n$

$$P(A_i)=\frac{1}{36} \qquad P(A_i^c)=\frac{35}{36}$$

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=1-P(A_1^c\cap A_2^c\cap\cdots\cap A_n^c)=1-(\frac{35}{36})^n$$

$$If \quad 1-(\frac{35}{36})^n\geq 0.5$$

$$\Rightarrow n\geq\frac{\ln(\frac{1}{2})}{\ln(\frac{35}{36})}=24.6051$$

$\Rightarrow n$ 至少取 25

47.

$$P(\text{沒有 2 人同月份慶生})=\frac{12!}{12^{12}}$$

55.

(a)

定義

A_1: 拿到黑桃的 $Ace\,\&\,King$ 之事件。

A_2: 拿到紅心的 $Ace\,\&\,King$ 之事件。

A_3: 拿到鑽石的 $Ace\,\&\,King$ 之事件。

A_4: 拿到梅花的 $Ace\,\&\,King$ 之事件。

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4)$$
$$=\frac{C_1^4\cdot C_2^2\cdot C_{11}^{50}}{C_{13}^{52}}-\frac{C_2^4\cdot(C_2^2)^2\cdot C_9^{48}}{C_{13}^{52}}+\frac{C_3^4\cdot(C_2^2)^3\cdot C_7^{46}}{C_{13}^{52}}-\frac{C_4^4\cdot(C_2^2)^4\cdot C_5^{44}}{C_{13}^{52}}$$

(b)

定義

B_i: 拿到第 i 種鐵支的事件。 $i=1,\cdots,13$

$$P(\bigcup_{i=1}^{13}B_i)=\frac{C_1^{13}C_9^{48}}{C_{13}^{52}}-\frac{C_2^{13}C_5^{44}}{C_{13}^{52}}+\frac{C_3^{13}C_1^{40}}{C_{13}^{52}}$$