13.

定義:

E_i : 第 i 隻手恰好拿1張 Ace 的事件。 $i=1,\cdots,4$

$$\Rightarrow\ p=P(E_1E_2E_3E_4)$$
$$=P(E_1)\cdot P(E_2\,|\,E_1)\cdot P(E_3\,|\,E_1E_2)\cdot P(E_4\,|\,E_1E_2E_3)$$
$$=\frac{C_1^4C_{12}^{48}}{C_{13}^{52}}\cdot\frac{C_1^3C_{12}^{36}}{C_{13}^{39}}\cdot\frac{C_1^2C_{12}^{24}}{C_{13}^{26}}\cdot 1$$

29.

定義:

新球 : 未被使用過的球

舊球 : 曾被使用過的球

A : 第二次抽出的3顆球中，都爲新球的事件。

B_i : 第一次抽出的3顆球中，抽到 i 個新球的事件。 $i=0,1,2,3$

$$\Rightarrow P(A)=P(A\,|\,B_0)\cdot P(B_0)+P(A\,|\,B_1)\cdot P(B_1)+P(A\,|\,B_2)\cdot P(B_2)+P(A\,|\,B_3)\cdot P(B_3)$$
$$=\frac{C_3^9}{C_3^{15}}\cdot\frac{C_3^6C_0^9}{C_3^{15}}+\frac{C_3^8}{C_3^{15}}\cdot\frac{C_2^6C_1^9}{C_3^{15}}+\frac{C_3^7}{C_3^{15}}\cdot\frac{C_1^6C_2^9}{C_3^{15}}+\frac{C_3^6}{C_3^{15}}\cdot\frac{C_0^6C_3^9}{C_3^{15}}$$
$$=\sum_{i=0}^{3}\frac{C_3^{6+i}}{C_3^{15}}\cdot\frac{C_i^6C_{3-i}^9}{C_3^{15}}=0.083$$

51.

定義:

G : 她得到工作的事件。

B_1 : 她得到較好的推薦信之事件。

B_2 : 她得到中等好的推薦信之事件。

B_3 : 她得到較不好的推薦信之事件。

(a)

$$P(G)=P(G\,|\,B_1)\cdot P(B_1)+P(G\,|\,B_2)\cdot P(B_2)+P(G\,|\,B_3)\cdot P(B_3)$$
$$=0.8\times 0.7+0.4\times 0.2+0.1\times 0.1=0.65$$

(b)

$$P(B_1\,|\,G)=\frac{P(G\,|\,B_1)P(B_1)}{P(G)}=\frac{0.8\times 0.7}{0.65}=\frac{56}{65}$$

$$P(B_2\,|\,G)=\frac{P(G\,|\,B_2)P(B_2)}{P(G)}=\frac{0.4\times 0.2}{0.65}=\frac{8}{65}$$

$$P(B_3\,|\,G)=\frac{P(G\,|\,B_3)P(B_3)}{P(G)}=\frac{0.1\times 0.1}{0.65}=\frac{1}{65}$$

(c)

$$P(B_1 \mid G^c) = \frac{P(G^c \mid B_1)P(B_1)}{P(G^c)} = \frac{0.2 \times 0.7}{0.35} = \frac{14}{35}$$

$$P(B_2 \mid G^c) = \frac{P(G^c \mid B_2)P(B_2)}{P(G^c)} = \frac{0.6 \times 0.2}{0.35} = \frac{12}{35}$$

$$P(B_3 \mid G^c) = \frac{P(G^c \mid B_3)P(B_3)}{P(G^c)} = \frac{0.9 \times 0.1}{0.35} = \frac{9}{35}$$

56.

定義:

E : 第 n 個爲新款之事件。

F_i : 第 n 個爲第 i 款之事件。 $i = 1, \cdots, m$

$$\Rightarrow P(E) = \sum_{i=1}^{m} P(E \mid F_i) \cdot P(F_i) = \sum_{i=1}^{m} (1 - p_i)^{n-1} \times p_i$$

61.

因爲第1代雙親未患病，且第2代有1人患病 $(a\,a)$，所以第1代雙親的基因型皆爲 $A\,a$。

$\Rightarrow$

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

定義:

C : 第2代小孩爲白化症帶原者之事件。

O_i : 第3代的第 i 個子孫患有白化症之事件。 $i = 1,2$

$\Rightarrow$

$$P(C \mid AA, Aa, aA) = \frac{2}{3}\ ,\ P(C^c \mid AA, Aa, aA) = \frac{1}{3}$$

(a)

$$P(O_1) = P(O_1 \mid C) \cdot P(C) + P(O_1 \mid C^c) \cdot P(C^c) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Case1:第 2 代爲 Aa

$$\Rightarrow P(O_1 \mid C) = \frac{1}{4}$$

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

Case2:第 2 代爲 AA

$$P(O_1 \mid C^c) = 0$$

	A	A
A	AA	AA
a	Aa	Aa

(b)

$$P(O_2 \mid O_1^c) = \frac{P(O_1^c O_2)}{P(O_1^c)} = \frac{P(O_1^c O_2 \mid C)\cdot P(C) + P(O_1^c O_2 \mid C^c)\cdot P(C^c)}{P(O_1^c)}$$
$$= \frac{\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3} + 0\times\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{20}$$

62.

定義:

A:目標被擊倒的事件。 ≡ 至少有1人擊倒目標的事件。

B:2人皆擊中目標的事件。

C: *Barbara*擊中目標的事件。

(a)

$$P(B \mid A) = \frac{p_1 p_2}{1-(1-p_1)(1-p_2)}$$

(b)

$$P(C \mid A) = \frac{p_1}{1-(1-p_1)(1-p_2)}$$

66.

(a)

定義:

E:電流可從 A 流至 B 之事件。

E_1:電流可從 A 流至開關 5 之事件。

U:電流可從上方(經開關1,2)流過之件事件。

L:電流可從下方(經開關3,4)流過之件事件。

$P(U) = p_1 p_2 \qquad P(U^c) = 1 - p_1 p_2$

$P(L) = p_3 p_4 \qquad P(U^c) = 1 - p_3 p_4$

$$\Rightarrow P(E) = P(E_1)\cdot p_5 = P(U \cup L)\cdot p_5 = \left[1 - P\left((U \cup L)^c\right)\right] p_5$$
$$= \left[1 - P(U^c \cap L^c)\right]\cdot p_5 = \left[1 - P(U^c)P(L^c)\right]\cdot p_5 = \left[1-(1-p_1p_2)(1-p_3p_4)\right]\cdot p_5$$

(b)

定義:

E:電流可從 A 流至 B 之事件。

F:裝置3關閉之事件。

*Case*1 : 3 *close*

A_1:電流可從 A 流至開關 3 事件。

A_2:電流可從開關 3 流至 B 之事件。

$P(A_1)=1-P(A_1^c)=1-(1-p_1)(1-p_2)$

$P(A_2)=1-P(A_2^c)=1-(1-p_4)(1-p_5)$

$\Rightarrow P(E\mid F)=P(A_1\cap A_2)=[1-(1-p_1)(1-p_2)]\times[1-(1-p_4)(1-p_5)]$

$Case\,2:3\ open$

B_1 :電流可從上方(經開關1,4)流過之事件。

B_2 :電流可從下方(經開關2,5)流過之事件。

$P(B_1)=p_1p_4 \qquad P(B_1^c)=1-p_1p_4$

$P(B_2)=p_2p_5 \qquad P(B_2^c)=1-p_2p_5$

$$\Rightarrow P(E\mid F^c)=P(B_1\cup B_2)=1-\left[P\left((B_1\cup B_2)^c\right)\right]=1-\left[P(B_1^c\cap B_2^c)\right]=1-P(B_1^c)P(B_2^c)$$
$$=1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5)$$

綜合 $Case\,1\,\&\,2$:

$$P(E)=P(E\mid F)\times P(F)+P(E\mid F^c)\times P(F^c)$$
$$=[1-(1-p_1)(1-p_2)]\times[1-(1-p_4)(1-p_5)]\times p_3+[1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5)]\times(1-p_3)$$

78.

(a)

E :總共玩4場的事件。

$$\Rightarrow P(E)=P\left\{\underbrace{\overbrace{(AB)}^{\text{視作一體做排列}}\quad AA}_{\text{A win}}\quad or\quad \underbrace{\overbrace{(AB)}^{\text{視作一體做排列}}\quad BB}_{B\ win}\right\}$$
$$=2p(1-p)p^2+2p(1-p)(1-p)^2=2p(1-p)\left[p^2+(1-p)^2\right]$$

(b)

A : A 獲勝的事件。

$$P(A)=P\{AA\ or\ (AB)AA\ or\ (AB)(AB)AA\ or\ (AB)(AB)(AB)AA\ or\cdots\}$$
$$=p^2+2p(1-p)p^2+[2p(1-p)]^2p^2+[2p(1-p)]^3p^2+\cdots+\cdots$$
$$=\sum_{\substack{n=2\\ n\ is\ even}}^{\infty}[2p(1-p)]^{\frac{n-2}{2}}\times p^2=\frac{p^2}{1-2p(1-p)}$$